

# 移流方向を考慮した FCT の改良

西澤誠也, 富田浩文 (理研 AICS)

## 1. はじめに

空間微分を有限差分近似する際、数値スキームの数値分散性により数値的な振動が生じ、トレーサーの混合比などの負値をとらない物理量に負値が現れることがある。このような非物理的な負値が生じないように、気象モデルでは非負を保証する移流スキームが用いられている。非負保証のためによく用いられているスキームの一つとして、Flux Corrected Transport (FCT) スキーム (Boris and Book 1973, Zalesak 1979) が挙げられる。FCT では、高精度の移流スキームと、モノトーンを保証する低精度の移流スキームを組み合わせることで、数値的に新たな極大値極小値を生み出さないようにフラックスを調整する。したがって、元の値に負値がなければ、(浮動小数点の打ち切り誤差を考えなければ) 時間発展後にも負値が生じることはない。

しかしながら、2次元以上の場合、FCT を用いても数値的な振動が生じることがある。これは、フラックスを調整する際、移流と垂直な方向の情報も用いていることによる。水物質などのアクティブトレーサーにこのような振動が生じると、熱力学変数を通じて力学変数にも数値振動が生じ、計算の安定性が悪くなる。

そこで、本研究では、このような数値振動を抑制するため、FCT においてフラックスの制限値を計算する際に、移流方向を考慮するように改良を行った。そして、数値実験により、その数値振動の抑制効果の検

証を行った。

## 2. 移流方向を考慮した FCT

従来の手法では、フラックスの制約を、隣接するすべての格子の値から決めていた。したがって、移流方向のみならず、それと垂直な方向の情報が使われることになる。これにより、フラックスの制限が緩和され、移流方向の極大値や極小値を超える値が許容される場合がある。したがって、制限を与える情報を移流方向に限定するようにした (Fig. 1)。

## 3. 数値実験

オリジナルおよび移流方向を考慮した FCT を用いて 2次元パッシブスカラー移流

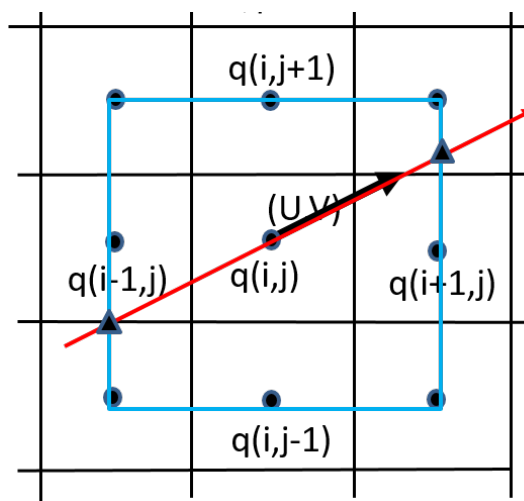


Figure 1. FCT において、フラックスの制限値を与えるデータのイメージ図。赤線は移流方向を示しており、その方向の三角印で示された位置の値で制限値を与える。

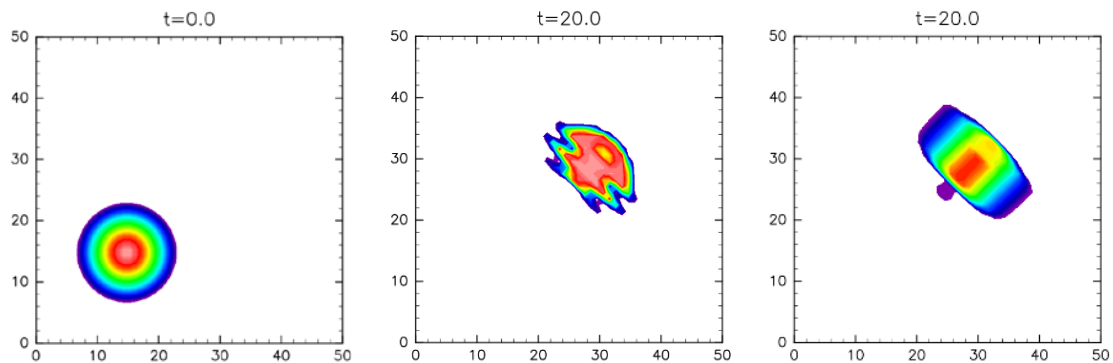


Figure 2. 2次元パッシブスカラー移流実験における、トレーサーの(左)初期値、および  $t=20$  s における(中)オリジナル FCT を用いた結果と(右)移流方向を考慮した FCT を用いた結果。45度の向きに $\sqrt{2}/2$  m/s の一様な風を与えている。

実験を行った。初期にコサイン2乗型のなめらかな分布のトレーサーを置き、右斜め45度に $\sqrt{2}/2$  m/s の一様な風速を与えた。空間微分スキームは、高次スキームとして4次の中央差分スキームを、低次スキームとして一次風上差分スキームを用いた。時間積分スキームにはオイラー法を用いた。格子間隔は1 mとし、 $\Delta t$  は0.5 sとした。なお、数値拡散項は与えていない。

Figure 2は、パッシブスカラーの初期値および時間発展後の分布である。オリジナルのFCTでは移流方向に数値的な振動が生じていることが確認出来る。一方、移流方向を考慮したFCTではそのような振動を抑制できていることが分かる。

また、このスキームを3次元大気モデル(SCALE-LES; Nishizawa et al. 2015, Sato et al. 2015) に実装し、現実大気実験を行った。オリジナルのFCTと比べて、数値的安定性が向上し、トレーサー移流の

計算に用いる時間ステップ幅を2倍程度大きくとることができることが分かった。

#### 今後の課題

移流方向を考慮したことで数値的な振動を抑えることが出来たが、制限がきつくなったことにより、拡散性が強くなってしまっている。また、移流方向が強調される人工的な分布になっている。今後よりよい制限値の与え方がないか調べる必要がある。

#### 参考文献

- Boris, J. P., and D. L. Book, 1973: J. Comput. Phys., 11, 38–69.  
 Nishizawa, S., et al., 2015: Geosci. Model Dev., 8, 3393–3419.  
 Sato, Y., et al., 2015: PEPS, 2, 23.  
 Zalesak, S. T., 1979: J. Comput. Phys., 31, 335–362.